

Zur nichtlinearen Berechnung von Bogenbrücken aus Natursteinmauerwerk

Dr.-Ing. Frank Purtak

Trag Werk Ingenieure, Dresden, Deutschland

Summary

Für die realitätsnahe statische Berechnung von Bogenbrücken aus Natursteinmauerwerk sind die geometrisch und physikalisch nichtlinearen Eigenschaften des Tragwerks zu berücksichtigen. Mit dem entwickelten Berechnungsmodell aus finiten Elementen lassen sich häufig vorkommende Bogenbrücken durch Eingabe der Geometrie- und Materialparameter mit geringem Aufwand rechentechnisch aufbereiten. Äußere Beanspruchungen aus Verkehrslasten werden als Wanderlasten über die Brücke geführt. Für jede Laststellung wird überprüft, ob im Bogenmauerwerk Steinversagen oder Gelenkbildung in der Lagerfuge zum rechnerischen Systemversagen führt.

Beide Versagensarten sind mit Hilfe zweiparametrischer Materialmodelle im mehrachsigen Hauptspannungsraum nachweisbar. Die plastischen Eigenschaften des Mörtels sind mit der Fließfläche nach Drucker-Prager und Steinversagen mit der Bruchfläche nach Mohr-Coulomb berücksichtigt.

Das generierte Micromodell bestehend aus Steinen und Mörtel besitzt den Vorteil, dass die zum Gesamtversagen des Tragwerks führenden lokalen Versagensarten im Berechnungsmodell bereits berücksichtigt sind. Der Standsicherheitsnachweis der Bogenkonstruktion wird für jede Beanspruchungssituation mit den versuchstechnisch ermittelten Materialkennwerten durchgeführt. Traglastreserven lassen sich somit gezielt ermitteln.

Keywords

Stützlinie, Tragfähigkeit, Versagensarten, Bruchkriterium, Mohr-Coulomb, Drucker-Prager

1. Einführung

Der Ausbau von Straßen- und Schienenwegen erfordert den Nachweis ausreichender Standsicherheit von bestehenden Brückenbauwerken, da einerseits die künftige Nutzung häufig mit Verkehrslasterhöhungen verbunden ist und andererseits diese historischen Konstruktionen auch Schädigungen beim Alterungsprozess aufweisen. Im Bundesland Sachsen sind im 18. bis 20. Jahrhundert mehrere Tausend Brückenbögen aus Natursteinmauerwerk ins Verkehrsnetz eingebunden worden. Nun sollen realitätsnahe Berechnungsmodelle zum Erhalt dieser wertvollen Bausubstanz auch bei veränderten Nutzungsbedingungen beitragen. Mit herkömmlichen Berechnungsverfahren am Kontinuummodell nach der Elastizitäts- oder Plastizitätstheorie ist dagegen kein Nachweis des Versagenszustandes möglich.

Die statistisch erfassten Natursteinbögen [1] haben im Mittel eine Spannweite von ca. $L = 10,0$ m bei einer Bogendicke von $d = 60$ cm. Das prozentuale Verhältnis der Stichhöhe zur Stützweite liegt bei etwa 30%.

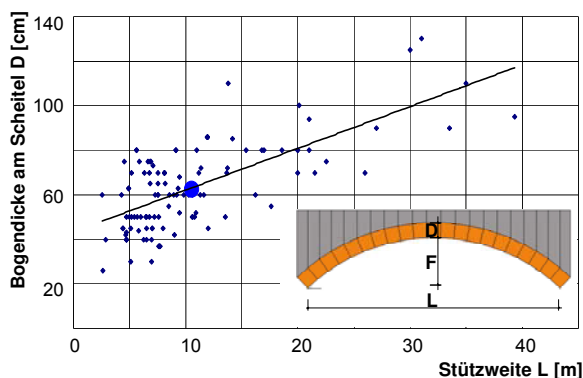


Fig. 1: Brückenbögen nach Stützweite und Dicke

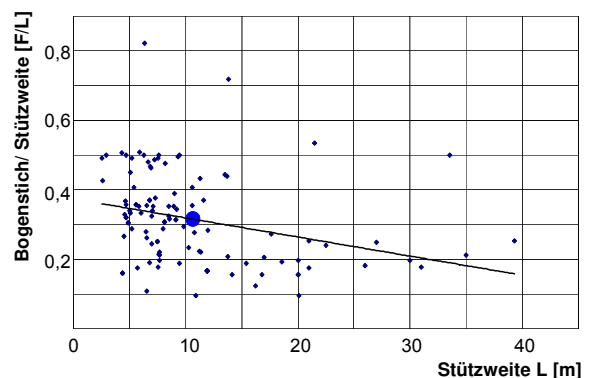


Fig. 2: Brückenbögen nach Verhältnis Stichhöhe/Stützweite

Neben den sehr häufig vorkommenden Kreisbögen stellen Parabel- und Korbbögen die Ausnahme dar. Bögen mit konstanter Dicke vom Scheitel bis zum Kämpfer sind wegen der einfachen Herstellung mit gleichen Steinen der Regelfall. Zum Kämpfer hin konisch zunehmende Bögen sind aufwendiger herzustellen, dafür aber statisch günstiger. Das Quadermauerwerk besteht aus Natursteinen über die gesamte Bogendicke, welche i.d.R. mit sehr dünnen Mörtelfugen vermauert sind. Auf die Tragfähigkeit der Widerlager und Pfeiler sowie der Gründung soll hier nicht eingegangen werden. In der weiteren Untersuchung zur Bogentragfähigkeit sind diese Konstruktionsteile mit den entsprechenden elastischen Materialkennwerten berücksichtigt.



Fig. 3: Straßenbrücke mit Kreisbögen und konstanter Bogendicke



Fig. 4: Straßenbrücke mit Kreisbögen und konischen Bögen (Bauzustand)

2. Berechnungsmodell

Nachfolgend wird ein realitätsnahes finites Elemente Modell zur Berechnung von Bogenbrücken aus Natursteinmauerwerk vorgestellt. Ansys [2] bietet mit der Programmiersprache APDL die Möglichkeit, ein parametrisiertes Berechnungsmodell zu entwickeln, welches bei der Nutzung durch den Ingenieur mit Eingabedaten zu füllen ist. Die Modellgenerierung und Berechnung geschehen anschließend programmintern.

2.1 Systemgenerierung

Nach Eingabe der Geometrie- und Materialparameter lassen sich mit Hilfe des entwickelten Berechnungsmodells [1] nahezu beliebige Bogenkonstruktionen rechnergestützt modellieren.

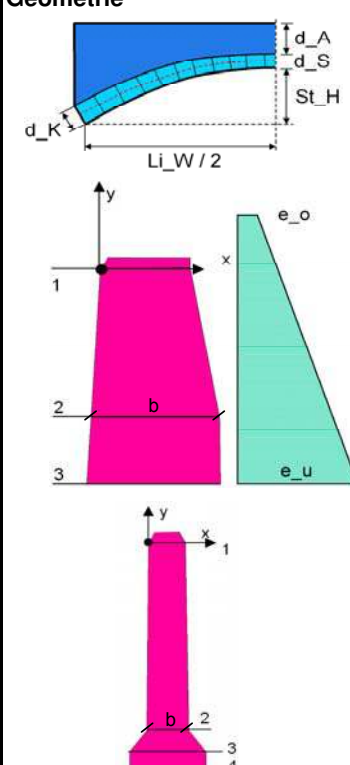
Position		Eingabe	Einheit
Geometrie 	30: Bogen		
	Lichte Weite zwischen Kämpfer	Li_W	[m]
	Lichte Stichhöhe	St_H	[m]
	Anzahl Steine im Halbbogen ohne Schlussstein	Anz_St	[-]
	Dicke am Scheitel	d_S	[m]
	Dicke am Kämpfer	d_K	[m]
	Dicke der Mörtelfuge	t	[cm]
	31: Auffüllung auf Bogen		
	Auffüllung Steifigkeit: mit/ nur_Last/ keine	0/1/2	[-]
	Dicke inkl. Fahrbahn über Bogenscheitel	d_A	[m]
	32: Widerlager links		
	Anzahl Horizontalschnitte	n	[-]
	x-Wert bzgl. Unterkante Bogenaufleger	x_i	[m]
	y-Wert bzgl. Unterkante Bogenaufleger	y_i	[m]
Breite	b_i	[m]	
33: Widerlager rechts			
Anzahl Horizontalschnitte	n	[-]	
x-Wert bzgl. Unterkante Bogenaufleger	x_i	[m]	
y-Wert bzgl. Unterkante Bogenaufleger	y_i	[m]	
Breite	b_i	[m]	
34: Pfeiler			
Anzahl Horizontalschnitte	n	[-]	
x-Wert bzgl. Unterkante linkes Bogenaufleger	x_i	[m]	
y-Wert bzgl. Unterkante linkes Bogenaufleger	y_i	[m]	
Breite	b_i	[m]	

Fig. 5: Geometrieparameter (Auszug)

Das Brückenmodell generiert sich aus Scheibenelementen (PLANE 42) im ebenen Verzerrungszustand. Die Quadersteine sind über die Dicke mit ca. 10 Elementen, die Mörtelfuge mit 5 Elementen vernetzt. Kontaktelemente verbinden diese beiden Netze und übertragen nur Druck- und Reibungskräfte. Eine Aufklaffung der Fuge bei entsprechender Beanspruchung kann sich automatisch einstellen.

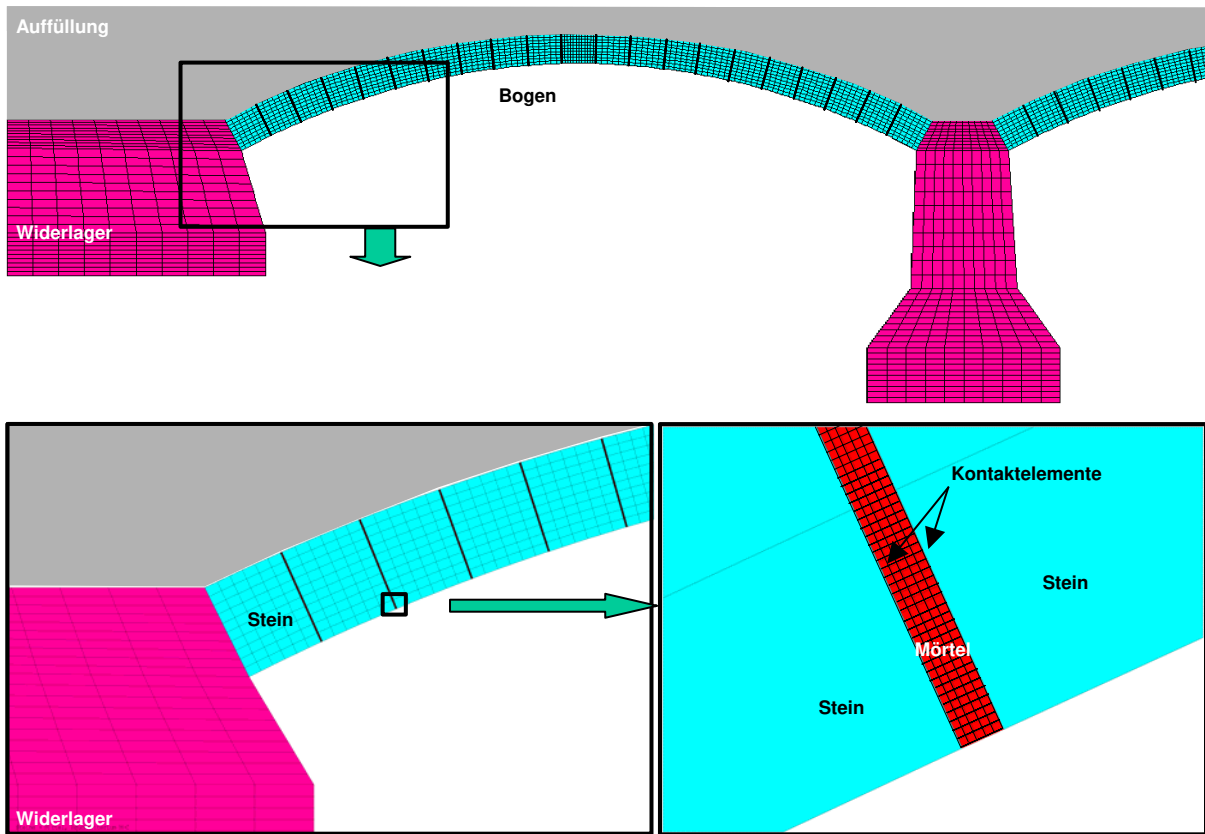


Fig. 6: FE-Vernetzung (Micromodell)

Die Modellierung des Bogentragwerks mit dem „Micromodell“ besitzt den Vorteil, dass versagenswirksame Einflüsse des Mörtels auf den Bruchmechanismus im Stein berücksichtigt sind. Dagegen haben Makromodelle [3] mit einem anisotropen Kontinuum für das Bogenmauerwerk aus kleinformatischen Steinen große Vorteile bezüglich der Rechengeschwindigkeit.



Fig. 7: Versuche zur Querschnittstragfähigkeit unter mittiger und ausmittiger Belastung [4]

Für die Berechnung von Versagenslasten müssen geeignete Materialmodelle Anwendung finden, bei denen die Materialkennwerte mit vertretbarem Aufwand zu gewinnen aber auch realistische

Traglastergebnisse zu erwarten sind. Einer versuchstechnischen Überprüfung zum Beispiel nach Fig. 7 müssen die ermittelten Versagenslasten grundsätzlich standhalten [4].

Das idealplastische Verhalten des Mörtels wird mit dem Materialmodell nach Drucker-Prager angenähert. Der mehrachsige Druckspannungszustand in der Mörtelfuge führt zu einer wesentlichen Bruchlaststeigerung des minderfesten Mörtels gegenüber seiner einachsigen Druckfestigkeit. Erreicht ein Spannungspunkt im Mörtel die Fließfläche nach Drucker-Prager, lagern sich bei Laststeigerung die Spannungsdifferenzen auf Nachbarbereiche um.

Der Naturstein soll sich bis zum Bruch linear-elastisch verhalten. Bedingt durch den Einfluss der Mörtelfuge wirken im Stein neben Hauptdruck- auch Hauptzugspannungen. Der Bruchzustand ist rechnerisch erreicht, wenn eine Spannungscombination der drei Hauptspannungen auf die Bruchfläche nach Mohr-Coulomb trifft.

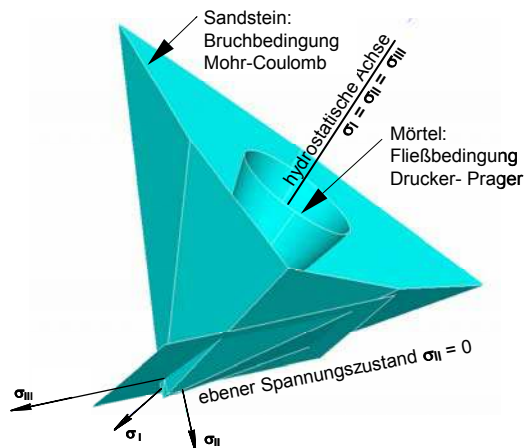


Fig. 8: Bruch- und Fließbedingung im Hauptspannungsraum [5]

Folglich benötigt man neben den elastischen Materialeigenschaften von Naturstein und Mörtel auch deren Festigkeitskennwerte:

- Steindruck- und Steinzugfestigkeit (Bruchkriterium Mohr-Coulomb)
- Mörteldruckfestigkeit, innerer Reibungswinkel $\varphi \approx 20^\circ$ (Fließkriterium Drucker-Prager)

Position		Eingabe	Einheit
	43: Stein		
	Material	Text	
	E-modul	E	[kN/m ²]
	Querdehnzahl	μ	[-]
	Wichte	γ	[kN/m ³]
	charakteristische Steindruckfestigkeit	$f_{k,D}$	[kN/m ²]
	charakteristische Steinzugfestigkeit	$f_{k,Z}$	[kN/m ²]
	Sicherheitsbeiwert Steindruckfestigkeit	γ_D	[-]
	Sicherheitsbeiwert Steinzugfestigkeit	γ_Z	[-]
	44: Mörtel		
	Material	Text	
	E-modul	E	[kN/m ²]
Querdehnzahl	μ	[-]	
charakteristische Mörteldruckfestigkeit	$f_{m,D}$	[kN/m ²]	
Sicherheitsbeiwert Mörteldruckfestigkeit	γ_D	[-]	

Fig. 9: Materialparameter (Auszug)

Fig. 8 zeigt die verwendete Bruch- und Fließbedingung im Hauptspannungsraum. Diese wurden bereits in [5] mit zugehörigen Materialkennwerten für Versuchsnachrechnungen erläutert. Für eine

speziell nachzuweisende Brückenkonstruktion lassen sich die benötigten Materialkennwerte durch Gutachten ausreichend absichern.

2.2 Lastgenerierung

Die Aufprägung von Verkehrslasten, beispielsweise des Lastmodells 1 nach DIN-Fachbericht 101 [6], ist als Wanderlast im Berechnungsmodell implementiert. Die Schrittweite der Wanderlast hängt nur von der Rechengeschwindigkeit der verwendeten Hardware ab und ist nutzerseitig entsprechend fein zu unterteilen.

Die eventuell vorhandene Tragwirkung der Auffüllung muss der planende Ingenieur einschätzen. Dabei kann man die Steifigkeit zwischen den Grenzen 0% und 100% variieren. Auf sicherer Seite liegend sollte die Auffüllung nur als Auflast wirken; die Steifigkeit ist dabei Null. Diese Annahme trifft häufig auch bei Auffüllungen aus Magerbeton zu, da eine schubsteife Verbindung zur Bogenoberfläche schwer nachweisbar ist. Die Verkehrslast wird in diesem Fall von der Brückenoberkante bis zum Bogen unter einem Winkel von 60° verteilt, wonach die Belastungsfunktion einer Gausskurve entspricht [7]. Soll dagegen die Auffüllung ins FE-Netz mit dessen Steifigkeit einbezogen werden, um die Verkehrslasten direkt auf die Oberkante abzusetzen, sind die Materialeigenschaften ingenieurmäßig so festzulegen, dass die Auffüllung an der Tragwirkung einen entsprechend realistischen Anteil besitzt; beispielsweise: $E_{\text{Auffüllung}} = 1/100 \dots 1/1000 \cdot E_{\text{Stein}}$ [8].

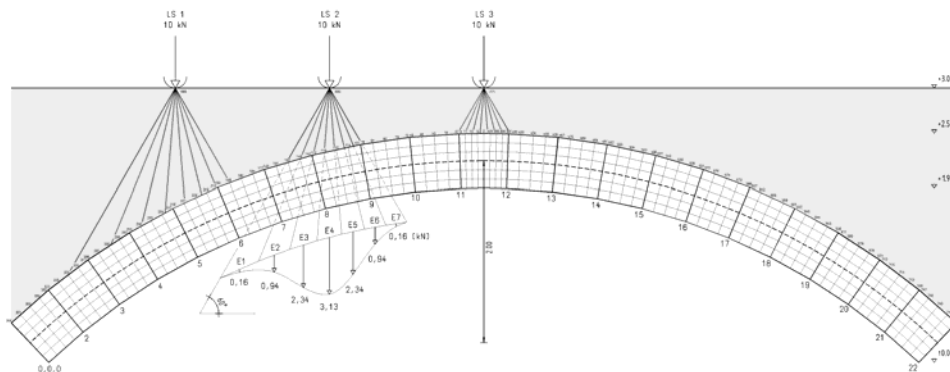


Fig. 10: Lastverteilung mit 60° über die Auffüllung (keine Berücksichtigung der Elementsteifigkeit) [7]

Die Beanspruchung wird programmintern folgendermaßen aufgeprägt:

1. Auffüllung ohne Steifigkeit (nur Auflast)	2. Auffüllung mit Steifigkeit (mit FE-Netz)
<ul style="list-style-type: none"> • Systemgenerierung • Berechnung des Bogens unter Eigenlast und Auflast aus Auffüllung • Temperaturlast aufprägen • Verkehrslaststellung generieren und Laststeigerung durchführen 	<ul style="list-style-type: none"> • Systemgenerierung • Auffüllung deaktivieren (EKILL) • Berechnung des Bogens unter Eigenlast • Auffüllung aktivieren (EALIV) • Berechnung des Systems unter Eigenlast • Temperaturlast aufprägen • Verkehrslaststellung generieren und Laststeigerung durchführen

2.3 Ermittlung der Bogentragfähigkeit

In jeder Laststellung wird die Verkehrslast inkrementell gesteigert und die zugehörige Stützlinie ermittelt. Anschließend folgt die numerische Kontrolle, ob an irgend einer Stelle im Bogentragwerk das Bruchkriterium nach Mohr-Coulomb zum rechnerischen Versagen führt. Sollte vor Erreichen der vollen Verkehrslast Steinversagen oder Gelenkbildung in der Lagerfuge auftreten, dann ist die ausreichende Tragfähigkeit des Bogens nicht nachgewiesen, dafür aber die zugehörige Systemversagenslast ermittelt. Die Schlussfolgerung für die Praxis wäre die Begrenzung der Verkehrslast zum Beispiel durch Verkehrsbeschilderung oder eine Ertüchtigung der Brückenkonstruktion.

Position		Eingabe	Einheit
	50: Verkehrslast Lastenzug		
	Lastbild	0/.../5	[-]
	0...ohne Verkehrslast		
	1...SLW30		
	2...SLW60		
	3...LM 1		
	4...LM 71		
	5...individuelles Lastbild		
	Anfang rechte Einzellast	x_A	[m]
	Laststellung als Wanderlast in Schrittweiten von	ΔL	[m]
	Schwingbeiwert	φ	[-]
	Abminderungsfaktor wegen räumlicher Verteilung	f_r	[-]
	51: Individuelles Lastbild		
	Anzahl Lastsprünge	n_LSp	[-]
	x-Wert am Ort der Veränderung einer Lastordinate	x_i	[m]
	Lastordinate am Ort der Veränderung	q_i	[m]
	52: Temperatur	0/1	[-]
	Aufstelltemperatur	T_0	[°C]
	Temperatur auf der Fahrbahn	T_oben	[°C]
	Temperatur unter der Brücke	T_unten	[°C]

Fig. 11: Parameter zur Lasteingabe (Auszug)

Die maßgebende Laststellung mit der höchsten Ausnutzung der Bogentragfähigkeit hängt stark von den geometrischen Verhältnissen ab. Eine Vorhersage speziell bei konisch verlaufenden Konstruktionen ist nicht möglich. In der Regel führt eine unsymmetrische Belastung nach Fig. 12 mit den Einzellasten im Viertelpunkt der Stützweite zu einer weit ausmittig verlaufenden Stützlinie und damit zur größten Ausnutzung der Bogentragfähigkeit.

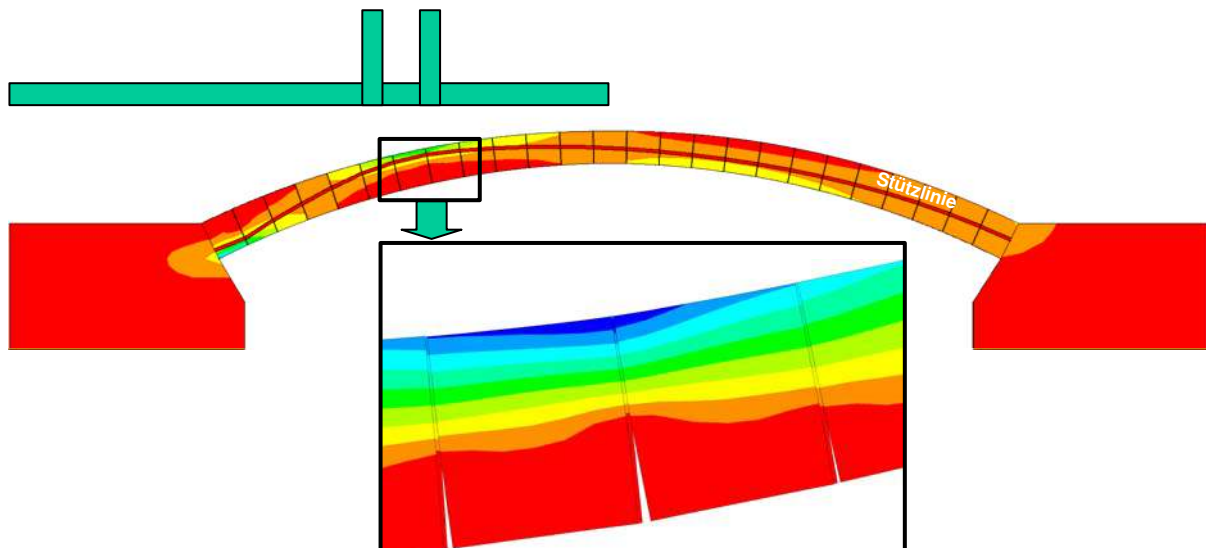


Fig. 12: Hauptdruckspannungen mit zugehöriger Stützlinie

Verläuft die Stützlinie außerhalb des mittleren Drittels vom Querschnitt (1. Kernweite), dann klafft die Fuge an der gegenüberliegenden Bogenseite entsprechend weit auf. Unter Verkehrslaststeigerung wächst die Risstiefe und die überdrückte Fläche schnürt sich weiter ein. Es bilden sich sogenannte „Gelenke“ in Abhängigkeit der angesetzten Laststellung aus. Bisher waren diese Gelenke für die

vereinfachte Berechnung am statisch bestimmten System aus Erfahrungen festzulegen. Würde man jedoch auch bei unsymmetrischer Belastung ein Scheitel- und zwei Kämpfergelenke ansetzen, ergäben sich sehr unrealistische Bedingungen.

Mit Fig. 13 lässt sich die Versagensart Steinversagen vom meistbeanspruchten Quaderstein des Bogens anschaulich erklären. Im Diagramm ist beispielhaft für ausgewählte FE-Knoten die Entwicklung der Hauptdruck- und Hauptzugspannungen unter Laststeigerung aufgezeigt. Versagen tritt in dem Knoten auf, welcher zuerst die Bruchfläche schneidet (hier Knoten Nr. 3). Mögliche Lastumlagerungen sind wegen des sprödebrüchigen Natursteins ausgeschlossen. Typische Bruchbilder sind in Fig. 7 zu sehen. Um den versuchstechnischen Aufwand in wirtschaftlichen Grenzen zu halten sind in [9] für häufig vorkommende Geometrien und Materialien Traglastkurven ermittelt worden.

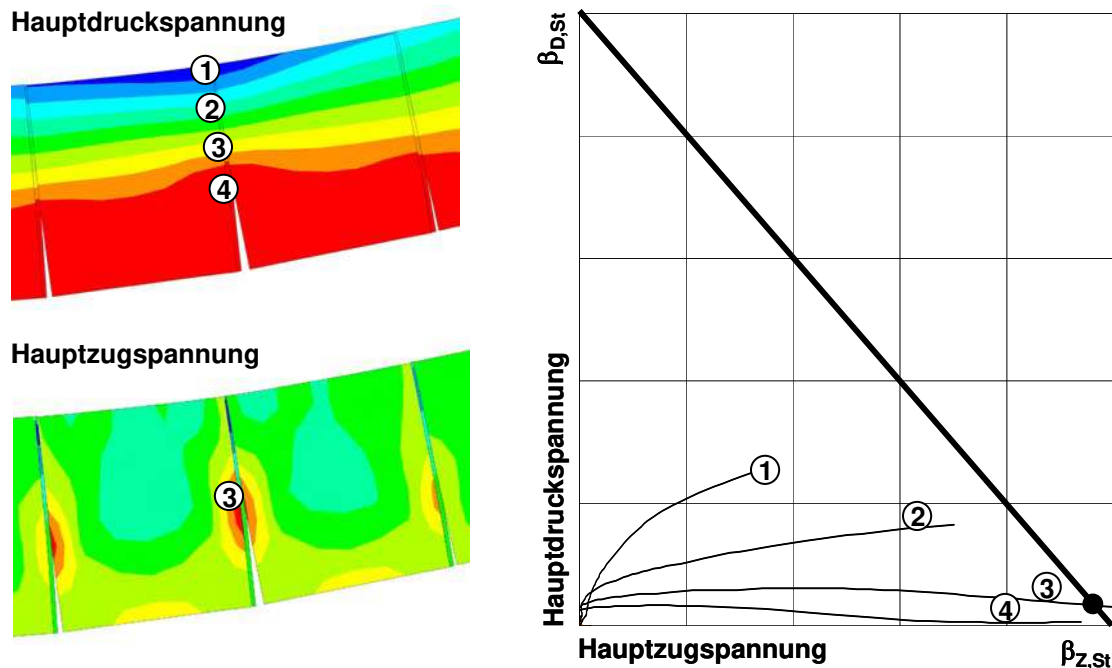


Fig. 13: Bruchzustand mit Steinversagen unter γ -facher Verkehrslast

Sollte bei Laststeigerung kein Steinversagen auftreten, weil beispielsweise der Brückenbogen aus hochfestem Granit besteht, kann auch eine kinematische Kette nach Fig. 14 zum Systemversagen führen. Numerisch ermittelt man diese Versagensart durch Aufprägen sehr kleiner Lastinkremente, wobei trotzdem kein statisches Gleichgewicht mehr zu erreichen ist. Die Versagenslast ist somit gefunden.

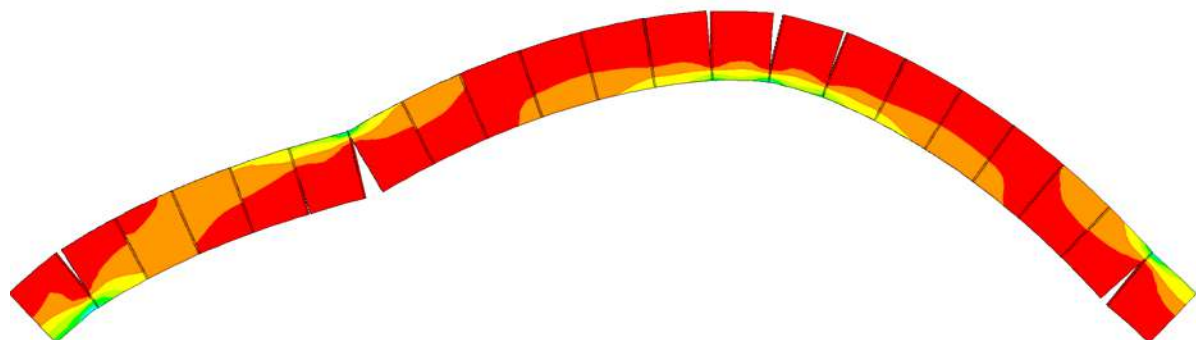


Fig. 14: Bogenversagen mit Gelenkbildung (überhöhte Darstellung mit Hauptdruckspannungen)

Die im vorliegenden Beitrag dargestellten Ergebnisse waren nur mit der Förderung durch das Bundesministerium für Wirtschaft und Technologie zu erzielen; dafür sei herzlich gedankt.

3. References

- [1] Geißler, K.; Purtak, F.: "Bogenbrücken aus Natursteinmauerwerk – Entwicklung eines realitätsnahen Berechnungsmodells für den statischen Nachweis von Gewölbebrücken". 1. Zwischenbericht zum Forschungsvorhaben KU 0425001KAT2, 2003
- [2] ...: ANSYS User's Manual, Swanson Analysis System, Houston 1992
- [3] Schlegel, R.; Rautenstrauch, K.; Zrost, H.: Dreidimensionale Berechnung ein- und mehrschaliger Mauerwerkstrukturen unter Einbeziehung des anisotropen Reiß- und Entfestigungsverhaltens. In: Das Mauerwerk, Heft 1, 2003
- [4] Purtak, F.; Popp, T.: Versuchsbericht zum Forschungsvorhaben KU 0425001KAT2, unveröffentlichtes Manuskript, 2004
- [5] Purtak, F.: Numerische Simulation zum Stabilitätsverhalten von Natursteinmauerwerk. Conference Proceedings Vol.1, 19th CAD-FEM User' Meeting 2001
- [6] ...: DIN Fachbericht 101: Einwirkungen auf Brücken. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 2003
- [7] Gröschke, T.: „Maßgebende Einwirkungen auf Bogentragwerke für Brücken aus Quadermauerwerk für beliebige Geometrien infolge Normlasten. Diplomarbeit in Vorbereitung, Hochschule für Technik und Wirtschaft Dresden (FH), Fachbereich Bauingenieurwesen/ Architektur, 2004
- [8] Frenzel, M.: Untersuchungen zur Tragfähigkeit von Bogenbrücken aus Natursteinmauerwerk. Diplomarbeit, TU Dresden, Fakultät Bauingenieurwesen, Lehrstuhl Massivbau, 2004
- [9] Hirsch, U.: Tragfähigkeitsuntersuchungen von Quadermauerwerk zur statischen Beurteilung von Gewölbebrücken. Diplomarbeit in Vorbereitung, Hochschule für Technik und Wirtschaft Dresden (FH), Fachbereich Bauingenieurwesen/ Architektur, 2004