



# Ein Traglastverfahren zur Berechnung von Gewölbebrücken aus Natursteinmauerwerk

F. PURTAK<sup>1</sup>

## KURZFASSUNG:

*Das Hauptanliegen von Untersuchungen zur Tragfähigkeit von Gewölbebrücken besteht darin, die meist historisch wertvolle und auch robuste Bausubstanz hinsichtlich ihrer Belastbarkeit möglichst realitätsnah einzuschätzen, um deren Erhalt durch kostengünstige Sanierung zu unterstützen. Dazu wird am Beispiel einer Natursteinbrücke aus Quadermauerwerk eine neue Methode auf Basis von Traglastkurven mit dem sogenannten „Entkoppelten Diskontinuumsmodell“ hergeleitet.*

*Mit den zugrunde liegenden Traglastkurvenscharen lassen sich für häufig vorkommendes Natursteinmauerwerk unter Berücksichtigung der realen Geometrie- und Materialparameter die Querschnittstragfähigkeiten ablesen. Die Traglasten sind am Mikromodell mit den nichtlinearen Materialeigenschaften ermittelbar. Für die Steine wird das Bruchmodell nach Mohr-Coulomb und bei Annahme von plastischen Eigenschaften für den Mörtel das Fließmodell nach Drucker-Prager angewendet. Die Beanspruchung der Gewölbekonstruktion wird über die Berechnung der Stützfläche mit dem Beanspruchungspfad am maßgebenden Querschnitt dargestellt. Der Schnittpunkt von Beanspruchungspfad und Bemessungstraglastkurve ergibt im Vergleich zum Sicherheitsindex den Ausnutzungsgrad der Konstruktion.*

*Die rechnerischen Versagenslasten nach dem „Entkoppelten Diskontinuumsmodell“ und experimentelle Versuche an Tragwerken im Maßstab 1:1 zeigen eine gute Übereinstimmung.*

*Keywords: Diskontinuumsmodell, Stützfläche, Querschnittstragfähigkeit, Traglastkurven, Sicherheitsfaktoren, Traglastversuche*

## 1 EINLEITUNG

Gewölbebrücken aus Natursteinmauerwerk (Figure 1) zählen zu den ältesten noch in voller Funktion befindlichen Tragwerke innerhalb von Straßen- und Schienenwegen. Der Bestand an gemauerten Eisenbahnbrücken in Europa wird nach [1] auf ca. 70.000 geschätzt. Zur Anzahl der europäischen Straßenbrücken gibt es auch für größere Spannweiten kaum Angaben, da die Straßenbauverwaltungen dezentral organisiert sind.

Bei der Nachrechnung dieser Bauwerke werden Bewertungen hinsichtlich Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit auf der Basis heute gültiger Lastansätze und Berechnungsvorschriften gefordert. Die aktuellen Hilfsmittel der Tragwerksbemessung sind inzwischen recht vielfältig und

---

<sup>1</sup> Dr.-Ing., Trag Werk Ingenieure, Döking + Purtak Partnerschaft, 01309 Dresden, Germany, FP@tragwerk-ingenieure.de

erlauben dem Ingenieur, sowohl geometrisch als auch physikalisch nichtlineare Bauwerkeigenschaften zu berücksichtigen.



a) Albertbrücke in Dresden bei Hochwasser



b) Straßenbrücke in Zürich



c) Straßenbrücke in Linz



d) Moldaubrücke in Prag

**Figure 1.** Gewölbebrücken aus Natursteinmauerwerk

Zum Nachweis ausreichender Tragfähigkeit gestatten die verfügbaren Normen leider nur eine pauschale Bewertung der Widerstandsgrößen. Insofern besteht ein merkliches Defizit zwischen den Möglichkeiten der mechanischen Modellierung und den verfügbaren Sicherheitsnachweisen.

Das nachfolgend dargestellte, zuverlässigkeitstheoretisch untersetzte Traglastverfahren soll auf Grundlage verfügbarer Traglastkurvenscharen eine realitätsnahe und übersichtliche Berechnung mit Hilfe des „Entkoppelten Diskontinuumsmodells“ ermöglichen. Es setzt eine möglichst genaue Kenntnis der wesentlichen Bauwerksparemeter (Geometrie, Festigkeitskennwerte) und eine Analyse des Tragwerkszustandes voraus. Ein Schwerpunkt bildet die Berechnung der Mauerwerkstragfähigkeit für real vorkommende Geometrie- und Festigkeitskennwerte, welche in Form von Traglastkurven allgemeingültig aufbereitet sind.

## 2 ERMITTLUNG DER BEANSPRUCHUNGEN FÜR DIE TRAGKONSTRUKTION

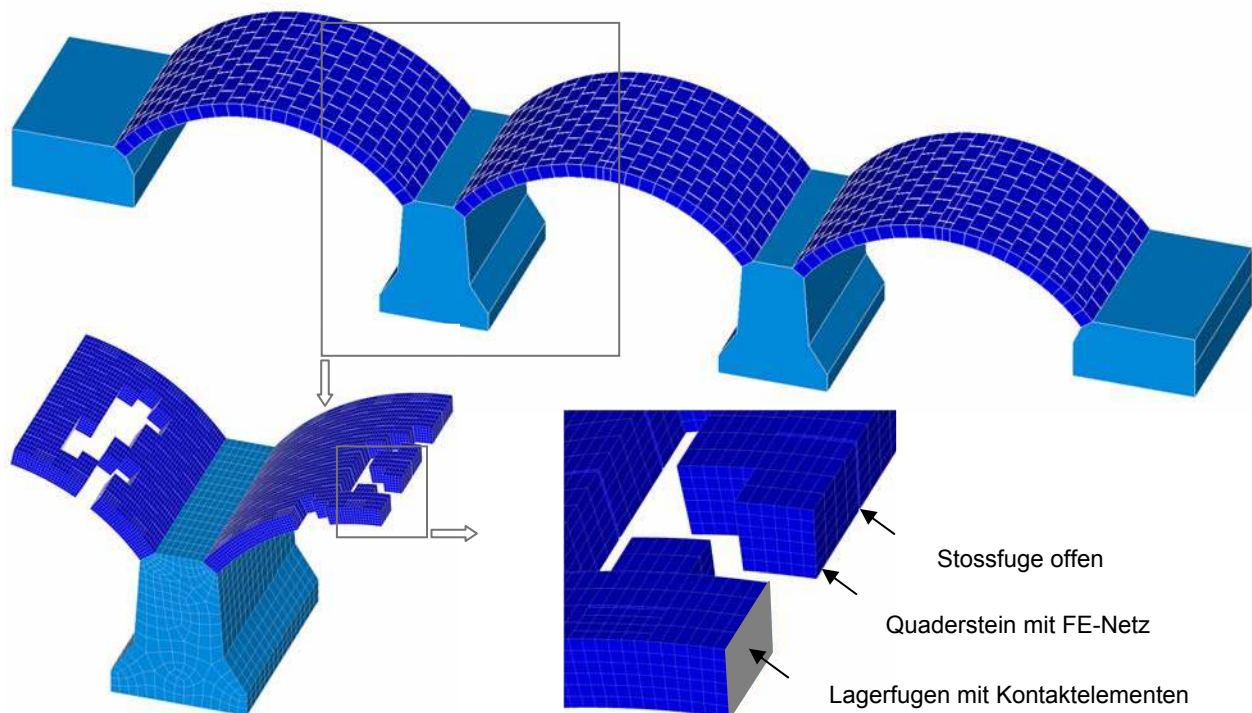
### 2.1. Einwirkungen

Die charakteristischen Werte des Normlastbildes nach Eurocode 1 [2] bzw. entsprechend DIN-Fachbericht 101 [3] werden als 98 %-Fraktile interpretiert. Beispielsweise entspricht für Straßenbrücken die Radlast von 120 kN dem theoretischen mittleren 50-Jahreswert. Die Schwingbeiwerte sind für Straßenbrücken in den Lastansätzen für die Vertikallasten bereits enthalten, für Eisenbahnbrücken hingegen zusätzlich zu berücksichtigen.

Die statistischen Kennwerte für die Verkehrslasten aus Straßen- und Eisenbahnverkehr lassen sich durch Extremwertverteilungen gut ausdrücken. Die Kennwerte fließen zusammen mit dem Ziel-Sicherheitsindex nach DIN 1055-100 [4] in die probabilistischen Berechnungen zur Ermittlung der Teilsicherheitsbeiwerte ein (siehe Table 1).

### 2.2. Berechnung der Gewölbekonstruktion als Diskontinuum

Die Berechnung der Tragfähigkeit des Natursteinmauerwerks mit Hilfe des „Entkoppelten Diskontinuumsmodells“ basiert auf der realen Berücksichtigung von Steinen und Fugen. Die Modellierung der Konstruktion geschieht bei Gewölbebrücken mit Volumenelementen und die Simulation der Lagerfugenbereiche mit Kontaktelementen, die nur Druckkräfte und Coulomb'sche Reibungskräfte jedoch keine Zugspannungen zulassen. Um den realen Verhältnissen gerecht zu werden, sind die Stoßfugen zwischen den Quadersteinen in Brückenquerrichtung offen gelassen, also nicht im FE-Netz vernetzt (Figure 2).



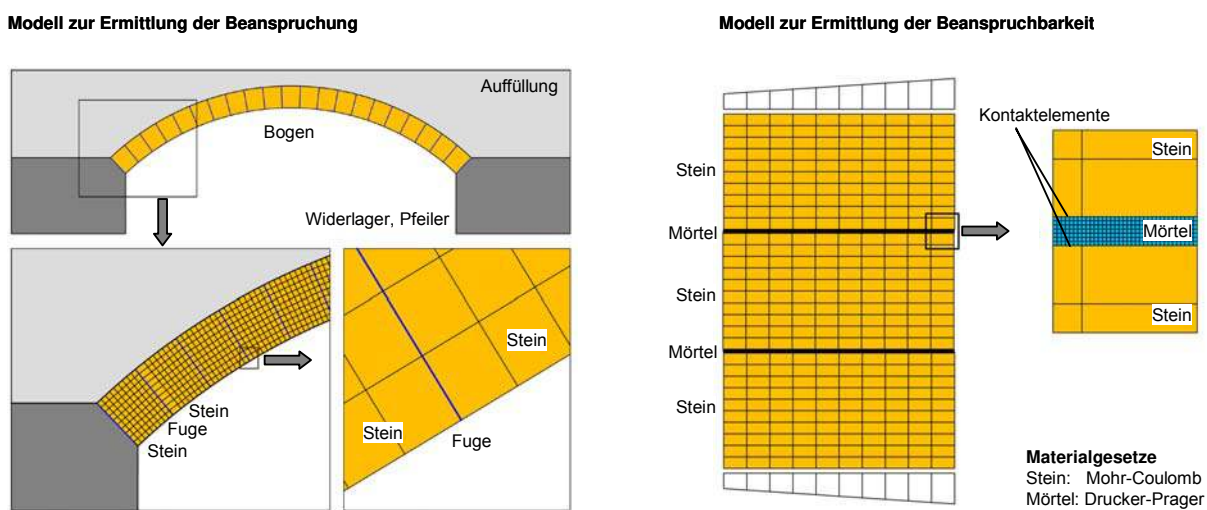
**Figure 2.** Gewölbebrücke mit Quadersteinen und durch Kontaktelemente verknüpfte Lagerfugen; offene Stoßfugen in Brückenquerrichtung; Auffüllung nicht dargestellt

Somit lassen sich Spannungen in Brückenquerrichtung nur über Reibung der überdrückten Lagerfugen übertragen. Unter Belastung stellt sich die „Stützfläche“ mit den „klaffenden Fugen“ automatisch ein, welche bei Eigenlasten der Stützlinie eines 1-m Streifens entspricht. Bei in Brückenquerrichtung unsymmetrischen Verkehrlasten wird sich die Stützfläche entsprechend der Lastsituation anpassen.

Für die Steine wird das Bruchmodell nach Mohr-Coulomb und bei Annahme von plastischen Eigenschaften für den Mörtel das Fließmodell nach Drucker-Prager angewendet. Die Versagenslast des Gewölbes lässt sich am Gesamtsystem für die Hypothesen Steinversagen und Gelenkkettenbildung berechnen. Der Vergleich mit der Normlast zeigt die entsprechende Tragsicherheit. Für jede Laststellung der Verkehrslast und Lastkombination ist eine eigene Berechnung notwendig, da das Superpositionsgesetz aufgrund der Nichtlinearitäten nicht anwendbar ist.

Beim nachfolgend dargestellten „Entkoppelten Diskontinuumsmodell“ werden Beanspruchung und Beanspruchbarkeit von Gewölbebrücken in zwei getrennten FE-Modellen untersucht (Figure 3):

- Das FE-Modell der Brücke beinhaltet die Mauerwerkssteine und die Möglichkeit des Klaffens der Fugen.
- Die Beanspruchbarkeit des Mauerwerkquerschnitts wird am separaten Mikromodell mit Steinen und Mörtel unter Berücksichtigung der physikalisch nichtlinearen Eigenschaften ermittelt [6]. Für häufig verwendetes Natursteinmauerwerk wurden mit dem FE-Programm ANSYS [7] umfangreiche Traglastkurvenscharen im Ergebnis des Forschungsvorhabens [5] bereitgestellt. Unter Berücksichtigung der Sicherheitsbeiwerte folgen daraus die Bemessungstraglastkurven für den statischen Nachweis.

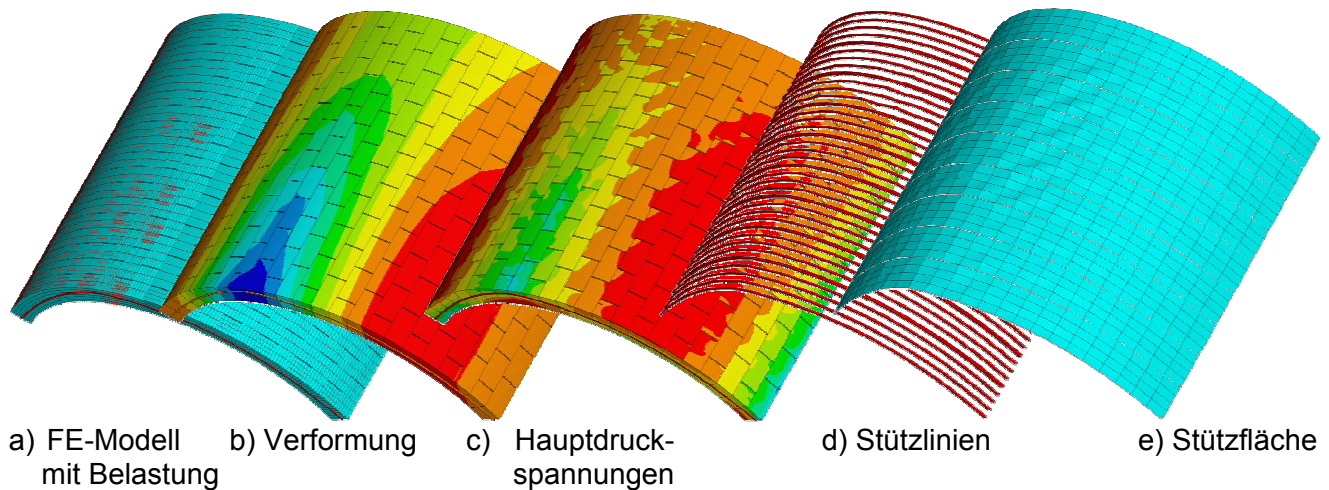


**Figure 3.** Prinzip des „Entkoppelten Diskontinuumsmodells“

Mit dem FE-Modell der Brücke lassen sich die Stützflächen aus den verschiedenen Laststellungen der Wanderlasten ermitteln und mit den bereitgestellten Bemessungstraglastkurven vergleichen.

Zur Ermittlung und grafischen Darstellung der Stützfläche ist es notwendig, in allen Mauerwerkslagerfugen Integrationen über die Druckspannungsverteilung in Gewölbedeckenrichtung durchzuführen und den jeweiligen Schwerpunkt der Verteilung zu bestimmen. In Figure 4 ist für einen Gewölbeteil das mit dem Lastmodell LM 1 belastete FE-Modell dargestellt, wobei die Lasten an den FE-Knoten der Gewölbeoberfläche eingetragen werden (kleine Pfeile). Die vertikale Verformung und die Verteilung der Hauptdruckspannungen zeigen die unsymmetrische Laststellung. In einem engen

Raster von Längsschnitten durch das Gewölbe werden die Stützlinien berechnet und als Stützfläche dargestellt. Eine Überprüfung der Stützfläche ist mit Hilfe eines linear-elastischen Systems möglich, solange keine klaffenden Fugen auftreten (Kriterium  $m = 6 \cdot e/d \leq 1,0$ ).



**Figure 4.** Ermittlung der Stützfläche aus den Hauptdruckspannungen mit Berücksichtigung der klaffenden Fugen

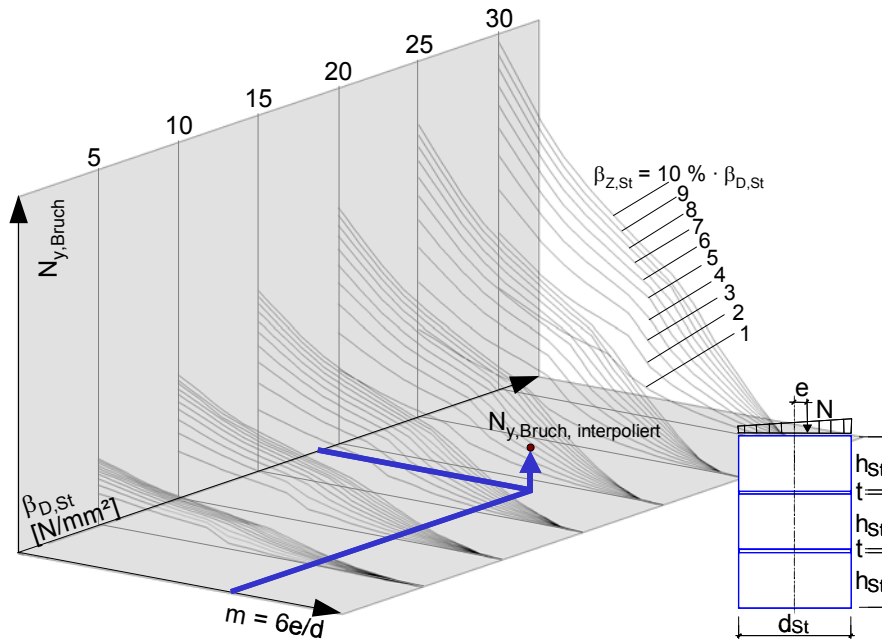
### 3 BEANSPRUCHBARKEIT DES MAUERWERKS MITTELS TRAGLASTKURVEN

Für eine FE-Berechnung auf Basis des „Entkoppelten Diskontinuumsmodells“ ist es erforderlich, die Mauerwerkstragfähigkeit unter Berücksichtigung der Lastexzentrizität zu kennen. Dies kann für bestimmte Steingeometrien und Fugendicken sowie Stein- und Mörtelfestigkeiten über systematisch ermittelte und bereitgestellte Traglastkurven erfolgen. Ein wesentlicher Vorteil der Verwendung von Traglastkurven besteht darin, dass nicht nur die Druckfestigkeit unter zentrischer Lasteinleitung die Berechnungsbasis bildet, sondern für jede Lastausmitte die Tragfähigkeit des realen Mauerwerks zur Verfügung steht.

Derartige Traglastkurven beschreiben die Traglast für bezogene Lastausmitten  $m = 6 \cdot e/d$  von  $m = 0$  (zentrische Last) bis  $m = 3$  (Randlast). Für die Beschreibung des Materialverhaltens von Mörtel wird das elastisch-idealplastische Fließmodell nach Drucker-Prager und für den Naturstein das Bruchmodell nach Mohr-Coulomb verwendet. Das Finite-Elemente-Modell beinhaltet Steine und Mörtelfugen, die mit vierknotigen Scheibenelementen für den ebenen Verzerrungszustand vernetzt werden. Damit sind die Verformungen senkrecht zur Scheibenebene behindert, aber der dreiaxiale Spannungszustand in Stein und Mörtel berücksichtigt. Gegenüber dem Stein mit seinem linear-elastischen Materialverhalten muss die Lagerfuge aufgrund des nichtlinearen Materialverhaltens des Mörtels feiner vernetzt werden, da plastisch verformbare Bereiche eine ausreichende Dichte an Integrationspunkten benötigen.

Die Traglast wird maßgeblich beeinflusst von den Materialkennwerten Steindruck- und Steinzugfestigkeit sowie den Geometrieparametern Steinhöhe und Steindicke. Es ist daher naheliegend, eine dreidimensionale Kurvenschar nach Figure 5 aufzustellen, welche die Traglasten in Abhängigkeit von Steindruck- und -zugfestigkeit sowie der Lastausmitte für eine bestimmte Steindicke enthält. Zwischenwerte lassen sich durch Interpolation gewinnen.

Zur Überprüfung der Ergebnisqualität der FE-Berechnungen wurden Versuche [8] an Drei-Stein-Körpern (Kalksandstein:  $B/L/H = 62,3/34/30$  cm; Fugendicke  $t = 1,5$  cm) durchgeführt. Die FE-Ergebnisse liegen stets auf sicherer Seite.



**Figure 5.** Traglastkurvenschar in Abhängigkeit von Material- und Geometrieparametern

#### 4 SICHERHEITSAKTOREN

Zum Nachweis der Tragsicherheit wurden mit dem „Entkoppelten Diskontinuumsmodell“ zahlreiche probabilistische Berechnungen mit streuenden Einwirkungen und streuenden Materialparametern durchgeführt [5]. In Tab. 1 sind die einzelnen Teilsicherheitsfaktoren angeführt, mit denen die charakteristischen Werte der Einwirkungen bzw. Materialparameter multipliziert bzw. dividiert werden müssen. Die ermittelten Teilsicherheitsfaktoren basieren auf dem schnittgrößenorientierten Nachweisverfahren:

1. Berechnung der Beanspruchungen (Bemessungsschnittgrößen);
2. Ermittlung einer maßgebenden Traglastkurve mit Teilsicherheitsfaktoren (Bemessungstraglastkurve);
3. Vergleich Beanspruchung  $\leq$  Beanspruchbarkeit.

**Table 1.** Anzusetzende Teilsicherheitsfaktoren für den Nachweis über Traglastkurven [5]

Einwirkungsgröße	$\gamma_f$	Kommentar
Straßenverkehr (charakt. Wert)	1,30 1,20	Nachrechnungsklassen gemäß DIN 1072; Sonderfahrzeuge nach spezieller Vorgabe
Eisenbahnverkehr (charakt. Wert)	1,30 1,20 1,10	UIC 71 (gemäß Ril 805); Sonderfahrzeuge, Streckenklasse nach spezieller Vorgabe; für alle Zusatzlasten (gemäß Ril 805)

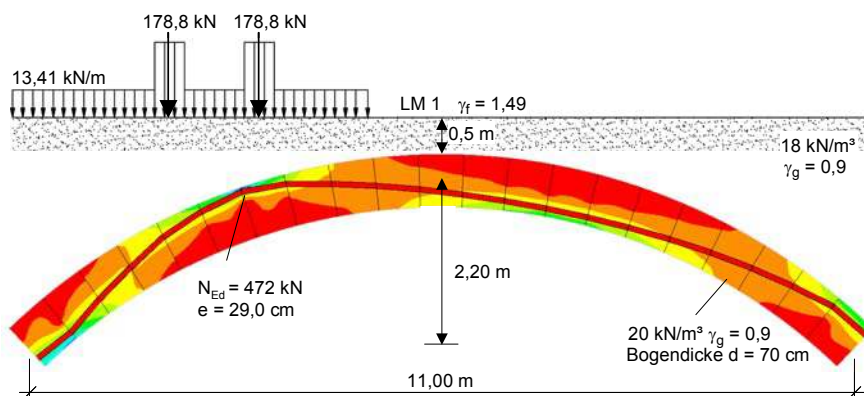
Einwirkungsgröße	$\gamma_f$	Kommentar
Eigenlasten (Mittelwert)	1,10 0,90	bei ungünstiger Wirkung für die Tragsicherheit bei günstiger Wirkung für die Tragsicherheit
Temperatur (Mittelwert)	1,00	
Widerlager-setzungen (Mittelwert)	1,00	gemäß Baugrundgutachten; bei schadensfreien Bögen mit langer Standzeit ohne Erhöhung setzungsrelevanter Lasten nicht notwendig
Bauwerks- kenngrößen *)	$\gamma_m$	Kommentar
Bauwerksgeometrie (Mittelwert)	1,00	aus Bestandsplänen oder Aufmaß Vor-Ort
E- Modul der Bau- stoffe (Mittelwert)	0,90 ... 1,10	Berechnung eventuell für oberen und unteren Grenzwert; im Mittel 1,0 ansetzen
Geometrie von Stein, Fuge (Mittelwerte)	1,00	Kontrolle immer notwendig; Fugendicke konservativ einschätzen
Steindruckfestigkeit**)	1,30	bezogen auf das 5 %-Fraktile (charakt. Wert); Gültigkeitsgrenze für Variationskoeffizient: $v = \sigma / m < 30 \%$
Steinzugfestigkeit**)	1,80	bezogen auf das 5 %-Fraktile (charakt. Wert); Gültigkeitsgrenze für Variationskoeffizient: $v = \sigma / m < 30 \%$
Mörteldruckfestigkeit (Mittelwert)	1,00	einaxiale Druckfestigkeit

\*) Die Bezeichnung „Bauwerkskenngrößen“ ist bewusst gewählt, da einige Parameter gemäß probabilistischer Definition sowohl dem „Widerstand“ als auch der „Einwirkung“ zugeordnet werden können.

\*\*) Bei Sandstein wird empfohlen, mit dem Materialgutachten nachzuweisen, dass die Steinzugfestigkeit im Mittel bei mindestens 5 % der Druckfestigkeit liegt.

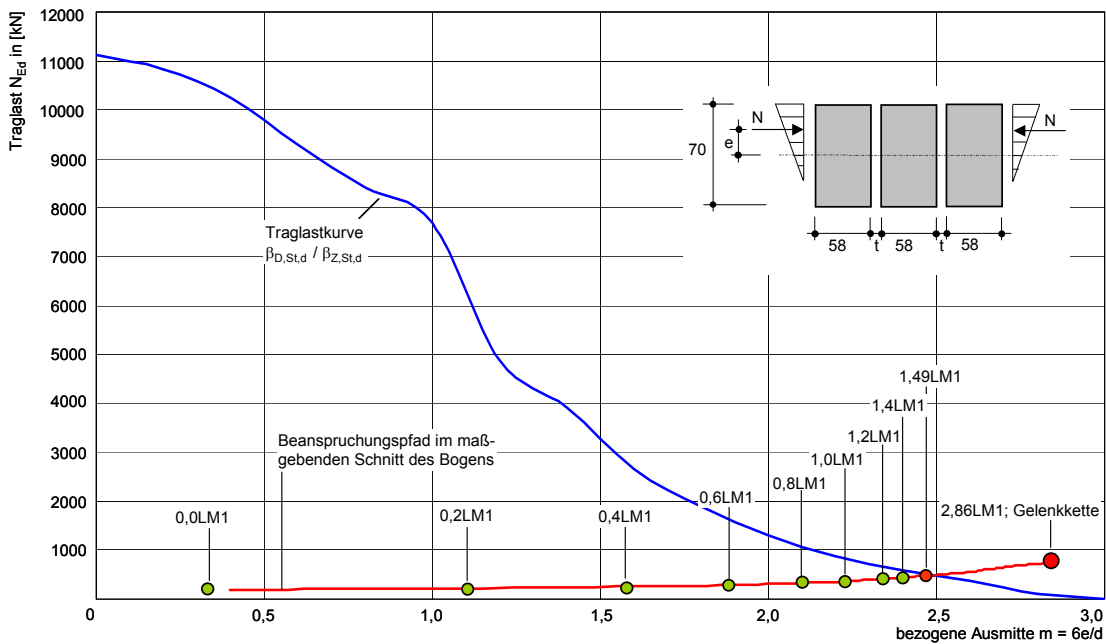
## 5 NACHWEISFÜHRUNG AM BEISPIEL MIT „ENTKOPPELTEM DISKONTINUUMSMODELL“

An einem Beispielbauwerk kommt das beschriebene „Entkoppelte Diskontinuumsmodell“ zum statischen Nachweis zur Anwendung. Die untersuchten Lastkombinationen bestehen aus den Eigenlasten und dem Lastmodell 1, welches als Wanderlast über die Brücke geführt wird.



**Figure 6.** Berechnung mit „Entkoppeltem Diskontinuumsmodell“ für  $\gamma$ -fache Lasten; Längsschnitt durch Gewölbe und Stützfläche in meistbeanspruchtem Bereich

Für die gewählte Laststellung wird die Belastung schrittweise gesteigert und die jeweils zugehörige Stützfläche (gekennzeichnet durch die Normalkraft  $N$  und bezogene Ausmitte  $m$ ) ermittelt. Dann folgt im maßgebenden Schnitt des Gewölbes die Verschneidung der ermittelten Beanspruchung mit der Bemessungstraglastkurve (Figure 7). Diese ergibt sich unter Anwendung der durch die Teilsicherheitsbeiwerte dividierten 5 %-Fraktilwerte der Steinzug- und Steindruckfestigkeit. Die aufnehmbare Last des Gewölbes muss mindestens den  $\gamma_f$ -fachen Wert der charakteristischen Last des Lastmodells 1 erreichen.



**Figure 7.** Bemessungstraglastkurve und Beanspruchungspfad des maßgebenden Schnittes

Der Schnittpunkt zwischen Beanspruchungspfad des meist beanspruchten Querschnittes im Gewölbe und der Bemessungstraglastkurve kennzeichnet die Bemessungstraglast der Brücke als den 1,49-fachen charakteristischen Wert für die Belastung.

Die charakteristische Last des Lastmodells 1 kann bis zur Bemessungstraglast noch um 49 % gesteigert werden. Die Tragsicherheit beträgt mit dem gewählten Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_f = 1,3$ :

$$Q_{\max} / Q_{LM1} = 1,49 / 1,3 = 1,15 > 1$$

Die Tragreserve beträgt 15 %. Die maximal zulässige Ausmitte von  $m = 6 \cdot e/d = 2,5$  nach UIC-Kodex 778-3 [9], deren Anwendung hier empfohlen wird, ist mit  $m = 2,49$  gerade noch eingehalten. Nach DIN 1053-100 [4] lässt sich für das gezeigte Beispiel der statische Nachweis nicht erbringen, wohingegen der Nachweis nach UIC-Kodex sehr weit auf der sicheren Seite liegt. Diese beiden häufig angewendeten Nachweismethoden zeigen extreme Unterschiede im Ergebnis [11].

Figure 8 zeigt die Berechnung der Versagenslasten in Abhängigkeit von der Steinzugfestigkeit bei einer gewählten Steindruckfestigkeit von  $25 \text{ N/mm}^2$ ; ausgedrückt als ein vielfaches vom Lastmodell  $LM1$  ( $\gamma_Q$ ) für unterschiedliche Brückenbreiten. Das Lastmodell wird bei den Breiten von 3, 6 bis 12 m in den jeweiligen Fahrstreifen angesetzt. Als Vergleich ist der Bogen mit einem 1,0-m Streifen ausgewertet. Deutlich ist der Anstieg der Versagenslast zwischen 6 und 7 m Brückenbreite erkennbar, da nach gültiger Vorschrift nur zwei Fahrstreifen mit je 3,0 m belegt sind. Breitere Brücken bringen kaum noch eine Laststeigerung, weil die Querverteilung der Lasten abklingt. Die Kurve der

Gelenkbildung bildet die obere Schranke, an die sich die anderen Kurven bei steigender Steindruckfestigkeiten annähern.

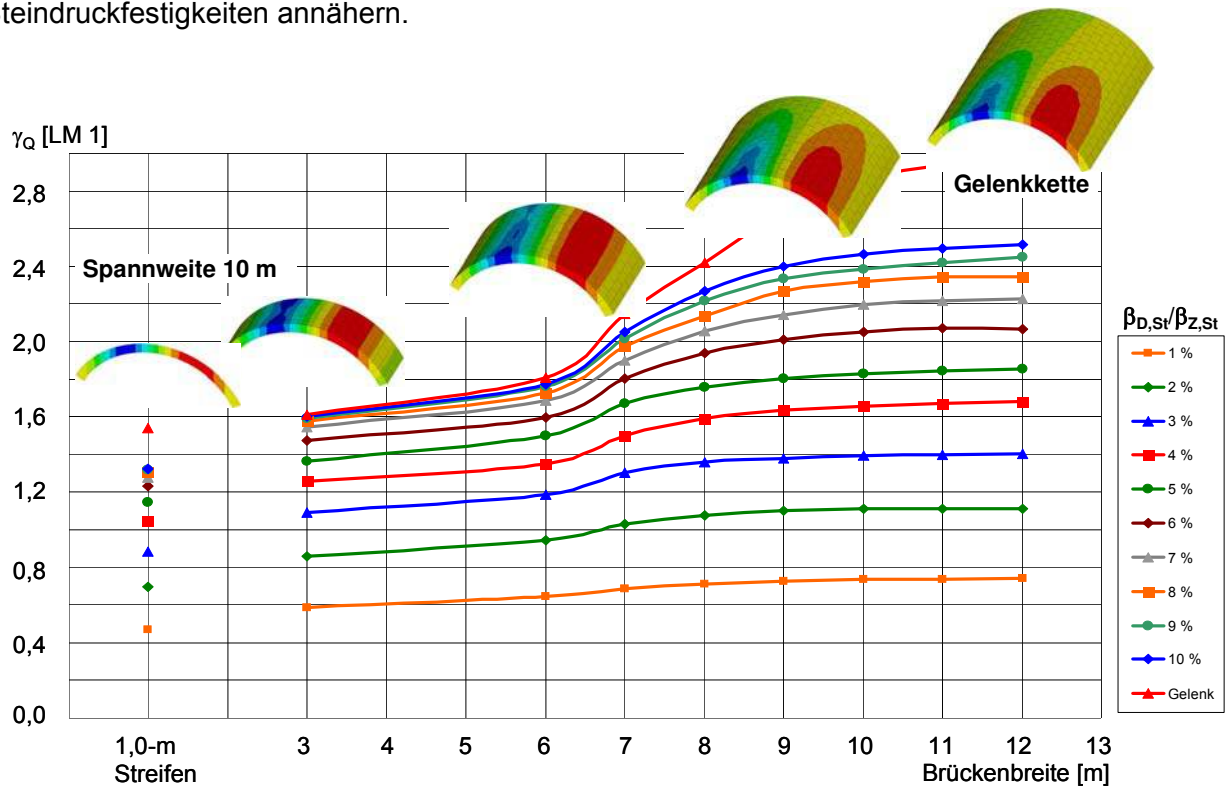


Figure 8. Versagenszustand bei  $\gamma$ -fachem Lastmodell 1 (LM1)  $\beta_{D,St} = 25 \text{ N/mm}^2$

## 6 GROSSVERSUCHE

Im Rahmen des Forschungsvorhabens [5] wurden ergänzende Traglastversuche [10] an zwei Natursteinbögen mit 5 m lichter Weite durchgeführt. In Anlehnung an Lastmodell LM 1 wurde das Lastbild über Zugstangen im Viertelpunkt der Spannweite angesetzt. Die Lage der berechneten Stützfläche bei Erreichen der Bruchlast sowie die Position des Bruchknotens nach FE-Berechnung stimmen mit dem Versuch nach Figure 9 gut überein.

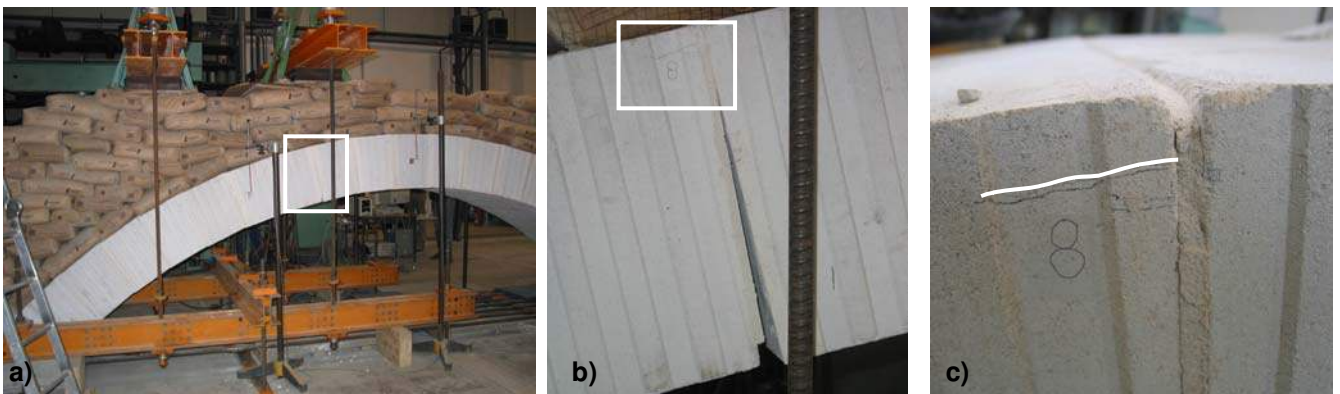


Figure 9. Riss im Stein rechtwinklig zur Fuge  
 a) Bereich des Risses      b) Riss und klaffende Fuge      c) Rissdetail

## 7 AUSBLICK

Die Berechnung mit dem entwickelten Diskontinuumsmodell ist trotz der aktuellen Rechentechnik noch sehr zeitintensiv. Daher wird bei praktischer Anwendung der Nachweis der Tragfähigkeit am herausgeschnitten gedachten 1,0-m Bogenmodell [5] geführt. Dabei lässt sich allerdings nicht die Tragreserve des Gewölbes aufgrund der Querverteilung der Lasten berücksichtigen. Mit Hilfe von Parameteruntersuchungen am Gewölbemodell im Vergleich zum Bogenmodell soll ermittelt werden, bei welchem Belastungsunterschied der gleiche Ausnutzungsgrad besteht. Somit lässt sich die räumliche Tragreserve vom Gewölbemodell bei der Berechnung am vereinfachten Bogenmodell über einen Lastabminderungsfaktor ausnutzen und die sonst vernachlässigte Tragreserve bei Bedarf aktivieren.

## DANKSAGUNG

Gedankt sei dem bevollmächtigtem Projektträger EuroNorm GmbH, der im Auftrag des Bundesministeriums für Wirtschaft und Technologie die Forschung zur Erarbeitung eines räumlichen Berechnungsmodells für Gewölbebrücken gefördert hat.

## LITERATUR

- [1] International Union of Railways (UIC): Improving Assessment, Optimization of Maintenance and Development of Database for Masonry Arch Bridges, 2005
- [2] Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 3: Verkehrslasten auf Brücken, 2003
- [3] DIN-Fachbericht 101 – Einwirkungen auf Brücken. Beuth Verlag, Berlin, 2003
- [4] DIN 1055 – 100: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 100, Grundlagen der Tragwerksplanung, Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln. März 2001
- [5] PURTAK, F.; GEIßLER, K.: Bogenbrücken aus Natursteinmauerwerk. Entwicklung eines realitätsnahen Berechnungsmodells für den statischen Nachweis von Bogenbrücken. Forschungsvorhaben Nr. KU 0425001KAT2, Dresden, Schlussbericht 2006
- [6] PURTAK, F.: Tragfähigkeit von schlankem Quadermauerwerk aus Naturstein. Dissertation, TU Dresden, 2001
- [7] ...: ANSYS User's Manual, Swanson Analysis System, Houston
- [8] PURTAK, F.; HIRSCH, U.; GRÖSCHKE, T.; POPP, T.: Versuche an großformatigem Quadermauerwerk unter ausmittiger Belastung. Unveröffentlichter Versuchsbericht, Dresden, 2005
- [9] INTERNATIONALER EISENBAHNVERBAND: UIC-Kodex 778-3, Empfehlungen für die Bewertung des Tragvermögens bestehender Gewölbebrücken aus Mauerwerk und Beton, 1995
- [10] PURTAK, F.; HIRSCH, U.; GRÖSCHKE, T.; POPP, T.: Versuche an gemauerten Brückenbögen mit dem Lastmodell 1 nach DIN-Fachbericht 101. Unveröffentlichter Versuchsbericht, Dresden, 2007
- [11] PURTAK, F.; GEIßLER, K.; LIEBERWIRTH, P.: Bewertung bestehender Natursteinbogenbrücken. In: Bautechnik 8 (2007), Heft 8, S.525-542